

# 大规模低轨星座的实时精密定轨技术

李 桢<sup>1,2</sup>, 施 闯<sup>1,3</sup>

(1. 卫星导航与移动通信融合技术工业和信息化部重点实验室, 北京 100191;

2. 北京航空航天大学前沿科学技术创新研究院, 北京 100191;

3. 北京航空航天大学电子信息工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 在全球导航卫星系统的支撑下, 分析地面集中解算和星上自主解算精密定轨的优缺点, 并将高精度轨道非保守力模型应用于星上实时自主定轨算法, 实现运动学和动力学定轨的分离, 对于需要频繁机动的低轨卫星精密定轨具有显著优势。结果表明, 辐射光压和大气阻力非保守力物理模型计算的加速度精度约  $5 \text{ nm/s}^2$ ; 采用广播星历进行定轨解算可以达到  $0.8 \text{ m}$  位置精度, 低轨卫星速度误差约  $1.1 \text{ mm/s}$ ; 采用实时精密星历, 位置精度可以达到  $8.0 \text{ cm}$ , 卫星速度精度约  $0.1 \text{ mm/s}$ 。低轨卫星实时精密定轨和预报方法可有效支撑大规模低轨星座的导航功能实现。

**关键词:** 大规模低轨星座; 实时精密定轨; 非保守力模型; 大气阻力; 辐射光压

**中图分类号:** TP393

**文献标识码:** A

**doi:** 10.11959/j.issn.2096-8930.2024008

## Realtime Precise Orbit Determination Technology for LEO Mega-Constellation

LI Zhen<sup>1,2</sup>, SHI Chuang<sup>1,3</sup>

1. Laboratory of Navigation and Communication Fusion Technology, Ministry of Industry and Information Technology, Beijing 100191, China

2. Research Institute for Frontier Science, Beihang University, Beijing 100191, China

3. School of Electronic and Information Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China

**Abstract:** Supported by GNSS, it analyzed the advantages and disadvantages of solving LEO satellite orbit on the ground or onboard the satellites. The high-fidelity non-conservative force models were applied to the real-time orbit determination algorithm. To separate the kinematic and dynamic orbit determination process had been a great advantage for LEO satellites with much frequent orbital maneuvers. The test results showed that the accuracy of accelerations computed from the radiation pressure and atmospheric drag non-conservation force models were around  $5 \text{ nm/s}^2$ . Use the broadcast ephemeris, the real-time orbit determination algorithm could get an accuracy of  $0.8 \text{ m}$  in the satellites' positions and  $1.1 \text{ mm/s}$  accuracy in the satellites' velocity. When the real-time precise ephemeris of GNSS satellites were provided, the algorithm could get an accuracy of  $8 \text{ cm}$  in the LEO satellites' position and  $0.1 \text{ mm/s}$  in the velocity. The method for real-time orbit determination and orbit prediction in this paper could be used to support the construction of navigation system with the mega-constellations.

**Keywords:** LEO mega-constellation, real-time precise orbit determination, non-conservative force models, atmospheric drag, solar radiation pressure

### 0 引言

随着通信、电子和航天技术的发展, 利用大规模低轨星座提供通信和导航服务已经成了研究热点之一。国际上较为成熟的低轨星座主要有美国的铱星系统、星链系统,

英国的一网系统等。国内尝试和发展了多代低轨通信星座的试验卫星, 如鸿雁、虹云、未来导航等。利用大规模低轨星座实现通信与导航的深度融合与共生是未来发展趋势, 而对低轨卫星进行精密定轨是实现通信导航共生发展的基础。

**基金项目:** 国家重点研发计划资助项目 (No.2023YFB3906503); 国家自然科学基金资助项目 (No.42204033)

**Foundation Items:** National Key Research and Development Program of China (No.2023YFB3906503), The National Natural Science Foundation of China (No.42204033)

在国家统一的时空基准下,利用北斗系统实现大规模低轨星座的精密定轨主要有地面集中解算和星上自主解算两种途径。地面集中解算是将每颗低轨卫星所搭载的北斗观测数据通过通信链路下传到地面运控中心,结合低轨卫星的星间测距观测数据、地面监测站网的观测数据对全星座的低轨卫星实现精密定轨解算,最后对低轨卫星轨道进行预报并上注到各相应的低轨卫星;星上自主解算是地面运控中心将北斗卫星的精密轨道和钟差等增强信息利用通信链路传递给过顶的低轨卫星,低轨卫星利用星间链路将北斗卫星的轨道信息同步给所有在轨的低轨卫星,随后各颗低轨卫星利用所收集到的信息自主完成其轨道的精密解算。地面集中解算主要依赖地面的计算基础设施,具有模型完整、计算量大的特点;星上自主解算则可灵活分配计算负载,由于无须将大量观测数据传递给地面运控中心,因此能够节省通信资源,减少对通信链路的依赖。图 1 展示了地面集中解算和星上自主解算的系统架构示意。对于超大规模的低轨星座,基于全球导航卫星系统 (Global Navigation Satellite System, GNSS) 的星上自主解算相比地面集中解算具有天然的优势,并且成为了未来低轨星座建设的发展方向之一<sup>[1]</sup>。因此,本文主要讨论基于北斗的低轨卫星星上自主定轨解算方案和初步结果。

利用北斗的精密轨道和钟差信息解算低轨卫星的精密轨道,主要采用后处理方式实现。这种方式具有较为成熟的算法和软件积累<sup>[2-9]</sup>,目前,主要用于需要高精度轨道信息的遥感卫星、海洋测高和地球重力场观测卫星平台。例

如,地球重力与气候试验<sup>[4,8,10-11]</sup> (Gravity Recovery and Climate Experiment, GRACE) 卫星和重力场与稳态洋流探测<sup>[2]</sup> (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer, GOCE) 卫星进行事后精密定轨处理可以达到径向 1 cm 的精度,基于星载 GPS 观测数据的 Sentinel<sup>[7,12]</sup> 的事后精密定轨可以达到径向 2 cm 的定轨精度。国产天绘-2 等遥感卫星<sup>[5]</sup> 的事后精密定轨达到了三维 8 cm 的定轨精度,国产气象卫星“风云 3C”<sup>[13]</sup> 的事后定轨精度达到了厘米级。因此,事后处理的精密定轨已经是较为成熟的技术,而且可以在 1~2 cm 的定轨精度<sup>[7,12]</sup>。

在低轨卫星实时定轨方面,目前最常用的实现方式是采用北斗的广播星历和伪距观测数据进行低轨卫星的位置解算。这种实现方法具有算法简单、计算量小,便于嵌入星载计算设备的优点。但是由于广播星历、伪距观测值的精度限制,该方法只能在 2~3 m 的定轨精度<sup>[15]</sup>,无法满足大规模低轨星座通信导航一体化对高精度轨道的需求。为了进一步提高定轨精度,北斗载波相位观测数据被用于定轨计算。采用北斗的广播星历、双频载波相位和伪距观测数据能够达到三维 1.0 m 左右的定轨精度<sup>[15]</sup>。

利用大规模低轨星座实现高精度导航定位需要低轨卫星的轨道精度达到厘米级,而且在大规模定轨星座中可以发挥星地通信链路、星间通信链路的优势,将地面解算的北斗卫星精密轨道和钟差信息实时传递给每颗低轨卫星,这为低轨卫星的实时精密定轨创造了条件。Allahvirdizadeh 等<sup>[16]</sup> 研究了轨道和钟差估计 (Multi-GNSS Advanced

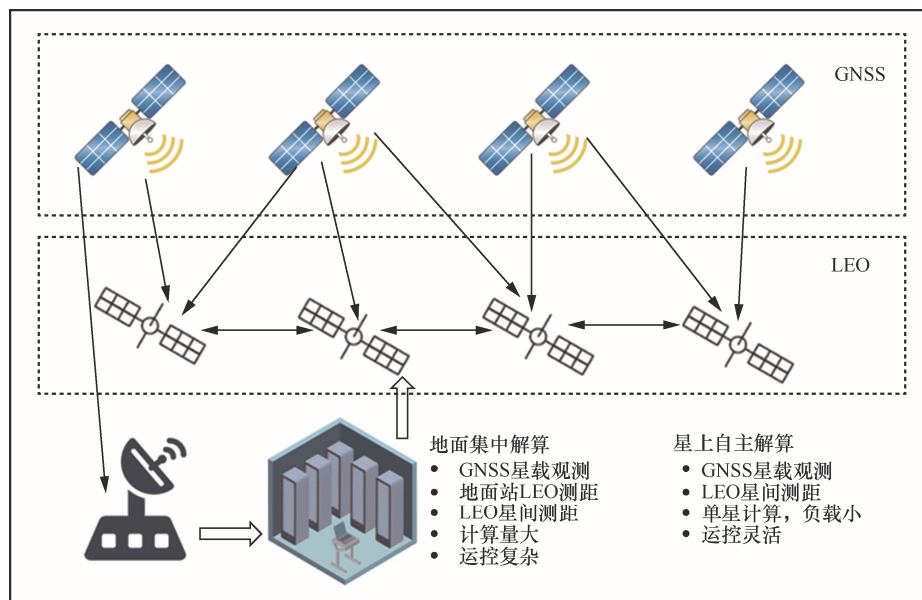


图 1 地面集中解算和星上自主解算的系统架构示意

Demonstration Tool for Orbit and Clock Analysis, MADOCA) 系统与星基增强系统 (Satellite Based Augmentation System, SBAS) 实时精密轨道和钟差信息用于低轨卫星精密定轨的精度分析, 结果表明利用 MADOCA 和 SBAS 实时数据流可以使后处理精密定轨达到厘米精度, 从而证明了实时数据流已经可以满足实时精密定轨的条件。实时运动学精密定轨 (与实时精密定位模型一致) 可以达到三维 9 cm 的定轨精度<sup>[17]</sup>, 结果表明简化动力学比运动学具有更好的鲁棒性。在此背景下, 实时精密定轨的算法设计与已经成熟的精密定轨后处理或者基于广播星历的实时定轨有所不同。

## 1 高精度轨道力学模型

图 2 展示了低轨卫星在轨运行的受力示意<sup>[18]</sup>。驱动低轨卫星在轨运行的主要摄动力包括地球的中心引力、月球、太阳以及其他星体对卫星的引力、大气阻力、辐射光压等。其中引力属于保守力, 而且已经有准确的引力模型可以计算地球和其他星体对低轨卫星的引力加速度, 因此保守力模型不是限制低轨卫星定轨精度的因素。对低轨卫星轨道影响最大的是大气阻力和辐射光压等非保守力, 而且大气阻力、辐射光压<sup>[19]</sup>与卫星的三维构型、表面材料以及空间环境息息相关, 因此是最难准确建模的轨道摄动力。目前,

在精密定轨中主要采用简化模型结合经验力参数的方式处理摄动力模型误差。

本文分别从大气阻力<sup>[20-23]</sup>和辐射光压的物理机制入手, 采用纯物理方法构建大气阻力和辐射光压模型。在建模过程中考虑了尽可能复杂的卫星外形, 以及所有表面材料的光学、热学特性参数。

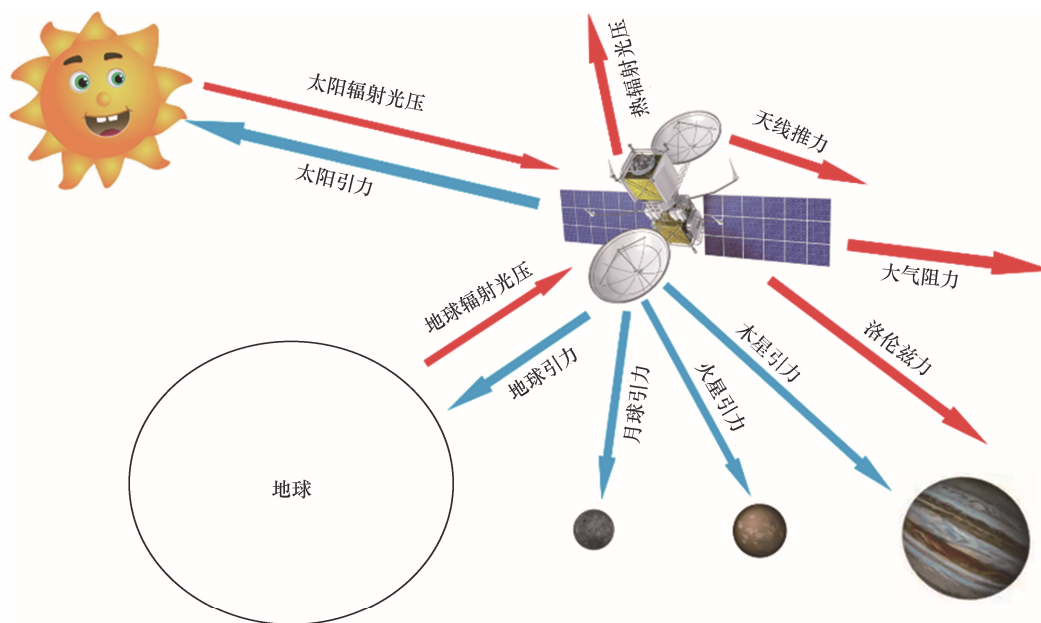
### 1.1 辐射光压的物理机制及建模方法

辐射光压的产生主要有两种物理机制<sup>[24]</sup>: 一是卫星表面“被动”受到外源辐射光子的碰撞, 使得光子动量转移到卫星表面而产生的力学效应; 二是卫星表面“主动”发射辐射光子, 由于动量守恒而对卫星表面产生的“反推”作用力。“主动”型辐射光压的典型主要有直接太阳辐射光压、地球辐射光压<sup>[25]</sup>; “被动”型辐射光压的典型主要有天线推力、星体热辐射光压。

“被动”型辐射光压的计算公式为<sup>[18,26]</sup>

$$F = \frac{WA \cos \theta}{c} \left( s - \mu \nu r - \frac{2}{3} \nu (1 - \mu) n \right) \quad (1)$$

其中,  $F$  表示辐射光压力,  $W$  表示辐射流量的功率,  $A$  表示截面积,  $\theta$  是入射角,  $s$  是入射辐射流量的单位矢量,  $r$  是镜面反射方向的单位矢量,  $n$  为卫星表面法向量,  $c$  是光速,  $\nu$  是表面材料的反射率,  $\mu$  是表面材料的镜面反射率。



图注: 红色为非保守力, 蓝色为保守力。

图 2 低轨卫星在轨运行的受力示意

“主动”型辐射光压的计算公式为

$$F = -\frac{2WA}{3c}n \quad (2)$$

式(2)中各符号的物理含义与式(1)相同。在低轨卫星的辐射光压计算中,“被动”型辐射光压主要来源于卫星表面的散热器和表层隔热材料。

在以上物理机制的基础上,采用了射线追踪的方法构建辐射光压模型。在数值计算中,模拟每一根光线与卫星表面的相互作用,并将所有光线的计算结果进行累加得到某一个方向的辐射光压力<sup>[18,26-29]</sup>。以重力卫星 GRACE-FO 为例,其计算过程如图 3 所示。

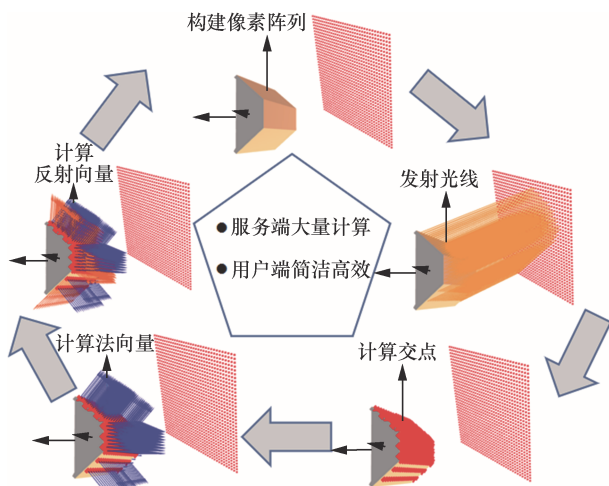


图 3 辐射光压的射线追踪计算过程

## 1.2 大气阻力的物理建模

大气阻力是相对于卫星高速运动的大气分子与卫星表面相互碰撞而产生的力学效应。在物理模拟中,需要模拟每一个不同种类的大气分子与卫星表面的碰撞情况,并将所有相互作用产生的动量变化加起来。在时间迭代中,达到稳定状态后输出每一个姿态状态下的大气阻力系数。大气阻力物理模拟流程如图 4 所示。

大气阻力的物理模拟计算需要较大的计算量,通常在高性能计算机上完成模拟计算,将计算结果以格网文件的方式输出。模型用户在格网文件的基础上,根据卫星的姿态进行双线性插值可以获取任意位置、任意姿态模式下的大气阻力加速度。建模过程中,首先利用卫星的设计资料构建准确的三维模型;随后根据卫星的边界尺寸大小构建合适的计算域。根据卫星所在位置计算不同种类大气分子的密度、温度,并在计算域中根据大气密度的值设置测试粒子的数量和位置;然后根据麦克斯韦-玻尔兹曼分布计算所有测试粒子的速度;最后设置时间迭代步长,每次迭代

都会更新所有测试粒子的位置、速度等状态信息。如果测试粒子与卫星表面发生碰撞,则按照弹性碰撞假设计算动量转移。如果测试粒子运动到计算域之外,则重新在计算域中放置一个新的测试粒子。经过多次时间迭代,直到所计算的大气阻力值达到稳定状态后输出。

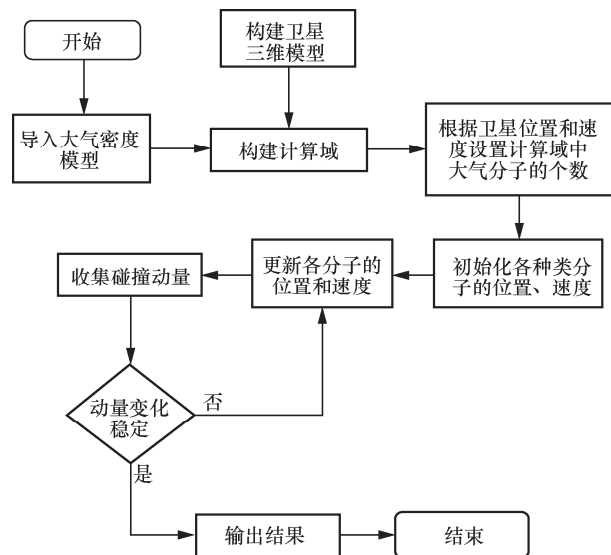


图 4 大气阻力物理模拟流程

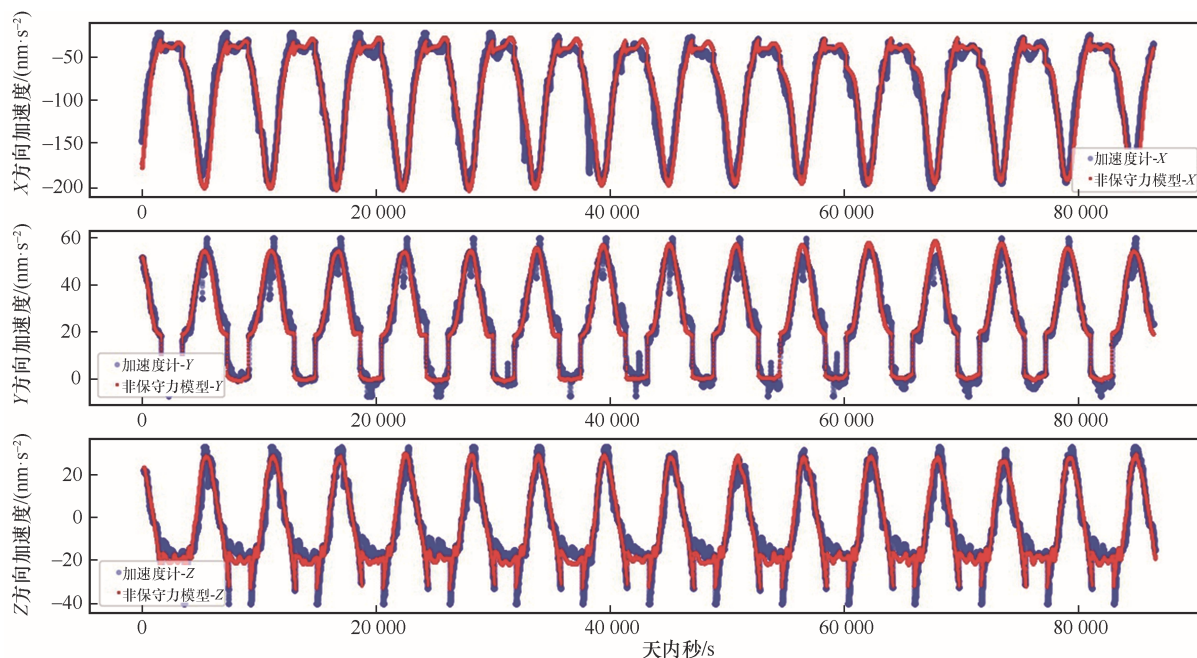
## 1.3 非保守力物理模型精度分析

为了客观地对非保守力物理模型(大气阻力和辐射光压)的精度进行分析,本文选择了重力卫星 GRACE-FO 作为研究对象。GRACE-FO 卫星搭载高精度加速度计,用于测量卫星轨迹上的非保守力加速度。因此,将非保守力物理模型的计算结果与加速度计的观测结果进行对比分析可以验证非保守力物理模型的精度。GRACE-FO 卫星 C 星的加速度计测量结果与非保守力物理模型计算的加速度对比如图 5 所示。

GRACE-FO 加速度计观测由于受到尺度和偏差的影响而具有系统性偏差,但是加速度计测量偏差和尺度因子在 1 天之内保持稳定。因此,直接对加速度计测量值去除平均值后,再与非保守力物理模型进行对比。使用 1.0 作为加速度计的尺度因子,虽然在对比结果中残留了尺度因子的影响,但是避免了对非保守力物理模型计算的加速度精度过于乐观的估计。结果表明,与加速度计测量结果相比,非保守力物理模型计算的加速度精度可以达到  $5.3 \text{ nm/s}^2$ 。

## 2 实时精密定轨

大规模星座的实时精密定轨采用星载北斗观测数据,其双频载波、伪距观测方程及其误差项与地面的精密单点



图注：红色曲线为建模结果，蓝色曲线为加速度计观测值。

图 5 GRACE-FO 卫星 C 星的加速度计测量结果与非保守力物理模型计算的加速度对比

定位模型较为相似，唯一的不同点是低轨卫星的北斗观测数据中不包含对流层时延。因此，本文从高精度非保守力模型的角度设计了星上实时精密定轨的数据处理流程与软件架构。采用本文所设计的非保守力建模方法，星载计算主要包括线性插值，其计算负荷可以忽略不计，因此实时精密定轨的主要计算负荷来自于地球较高阶的重力加速度计算。研究表明，对于 500 km 高度的低轨卫星，其重力场阶数需要达到 60 阶才能保证实时精密定轨精度<sup>[30]</sup>，采用 20 MHz 主频的 CPU 可以完成 30 阶重力场的计算<sup>[30]</sup>，而目前主流的星载接收机 CPU 主频一般可以达到 200 MHz。

## 2.1 算法流程及软件架构设计

星载实时精密定轨中算法设计可将动力学模型参数与载波模糊度、低轨卫星钟差、位置速度等参数一起估计，也可以首先进行运动学定轨，随后再将运动学定轨结果进行滤波平滑。本文采用第二种设计思路，第一种思路的理论较为完整，但是不便于处理卫星机动的情形。低轨卫星由于轨道高度低，轨道机动将非常频繁。在第二种思路中，运动学定轨结果完全不受轨道机动的影响。由于轨道机动信息可从卫星平台获取，因此在动力学滤波中可以灵活地处理机动信息，并且机动期间可以估计轨道机动动力学参数。在高精度非保守力模型的支撑下，将运动学与动力学分离可有效避免动力学模型参数与位置、速度等参数的相关性，提高

动力学模型参数的估计精度，进一步提高轨道预报准确性。

运动学与动力学分离的精密定轨算法流程如图 6 所示。

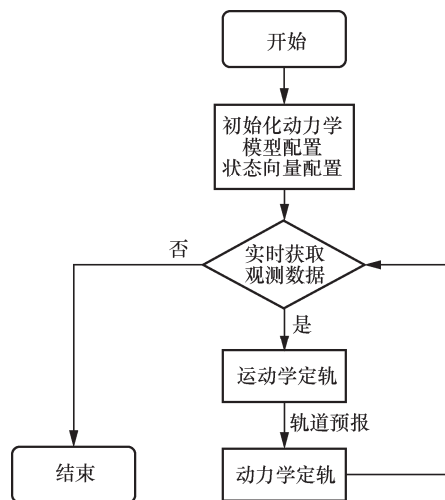


图 6 运动学与动力学分离的精密定轨算法流程

2019 年 1 月 16 日，采用 GRACE-FO 卫星 C 星的观测数据，与国际 GNSS 服务 (International GNSS Service, IGS) 的快速轨道和钟差产品进行动力学实时精密定轨计算，将喷气推进实验室 (Jet Propulsion Laboratory, JPL) 提供的后处理高精度轨道产品作为真值进行对比。图 7 和图 8 分别展示了精密星历支持下的实时位置误差和速度误差。全

天 24 h 的位置误差在切向、法向和径向分别为 5.6 cm、3.6 cm 和 4.5 cm。速度误差在切向、法向和径向分别为 0.065 mm/s、0.058 mm/s 和 0.066 mm/s。

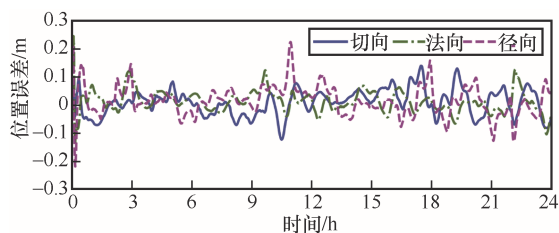


图 7 精密星历支持下的实时位置误差

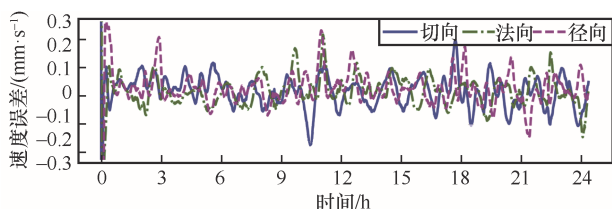


图 8 精密星历支持下的实时速度误差

在无法获取实时精密星历的情形下,本文所提算法可以采用广播星历进行定轨计算。同样将广播星历支持下的实时精密定轨结果与 JPL 精密轨道产品进行对比,得到定轨误差。图 9 和图 10 分别展示了广播星历支持下的实时位置误差和速度误差。全天 24 h 的位置误差在切向、法向和径向分别为 74.9 cm、25.1 cm 和 38.4 cm。速度误差在切向、法向和径向分别为 0.48 mm/s、0.41 mm/s 和 0.57 mm/s。

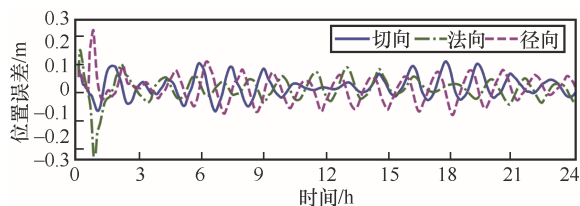


图 9 广播星历支持下的实时位置误差

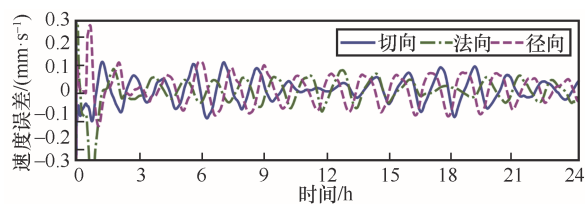


图 10 广播星历支持下的实时速度误差

以上计算结果表明,实时精密星历支持下精密定轨误差一维均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 可以达到 5 cm, 三维 8 cm; 三维速度 RMSE 达到 0.1 mm/s; 在广播星历支持下,位置误差的一维 RMSE 为 0.5 m, 三维 RMSE

为 0.8 m; 速度误差的一维 RMSE 为 0.5 mm/s, 三维 RMSE 为 1.1 mm/s。

## 2.2 经验力参数配置

在动力学定轨中,经验力参数主要用于补偿轨道动力学模型的误差。在算法设计中,主要的动力学误差来源于辐射光压和大气阻力。在传统的经验力参数设计中,一般采用比例系数  $C_d$  和  $C_r$  分别吸收大气阻力和辐射光压的尺度误差。在物理意义上,  $C_d$  对应大气密度的尺度变化,而  $C_r$  对应太阳辐射常数的变化。实际上,太阳常数在一个太阳周期 (11 年) 内的变化不超过 1%, 对于低轨卫星的实时精密定轨而言完全可以通过更新太阳常数的方式进行补偿<sup>[31]</sup>, 无须在精密定轨中设置参数进行估计。参数  $C_d$  主要描述大气密度的尺度变化且大气阻力主要表现在轨道的切向, 因此,如果实时估计轨道径向、法向和切向加速度, 则  $C_d$  参数也可以不估计。本文所提的实时精密定轨算法中采用了实时估计径向、法向和切向加速度这种参数化方法。图 11 和图 12 分别展示了实时估计得到的位置切向、法向和径向加速度, 以及当前经验力参数配置下运动学与动力学定轨的位置坐标差值。

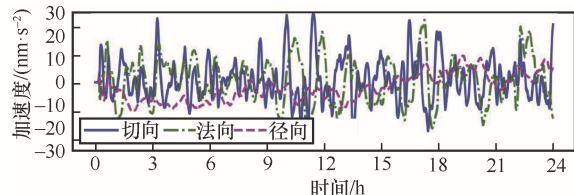


图 11 实时估计得到的位置切向、法向和径向加速度

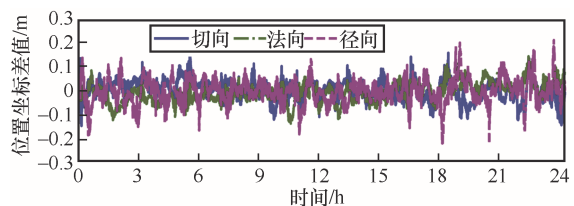


图 12 当前经验力参数配置下运动学与动力学定轨的位置坐标差值

实时估计的经验力参数结果表明,在高精度非保守力模型的支撑下,仍然残留有  $5 \text{ nm/s}^2$  的加速度误差。在量级上,与用加速度计数据评估的非保守力模型精度一致。通过分析运动学和动力学结果的差异,可以对定轨结果进行内符合精度评估。运动学和动力学的位置差异没有表现出明显的系统性,显示运动学和动力学估计结果之间具有较好的一致性。在地固系的  $X$ 、 $Y$  和  $Z$  方向,运动学和动力学差异的 RMSE 分别为 2.5 cm、2.6 cm 和 3.3 cm。

### 3 结束语

本文分析了大规模低轨星座实时精密定轨的实现途径,并在此基础上设计和开发了新型的低轨卫星实时精密定轨算法和软件架构。在高精度非保守力模型的支撑下,实现了运动学与动力学分离的实时精密定轨架构。首先分析了低轨卫星的高精度非保守力物理建模方法,并阐述了基于射线追踪算法的辐射光压建模以及测试粒子物理模拟方法的大气阻力建模流程。以 GRACE-FO 卫星为研究对象,将高精度加速度计的测量结果与建模结果进行了对比,表明非保守力模型的精度可以达到约  $5 \text{ nm/s}^2$ 。随后设计了实时精密定轨算法,并将高精度非保守力模型应用于实时精密定轨。最后分别分析了精密星历和广播星历条件下实时精密定轨的性能。

在广播星历条件下,本文所提算法的定轨误差三维 RMSE 可以达到  $0.8 \text{ m}$ ,卫星速度误差的三维 RMSE 为  $1.1 \text{ mm/s}$ 。在精密星历条件下,由于 GNSS 卫星的轨道得到大幅度提升,低轨卫星的实时轨道误差三维 RMSE 可以达到  $8 \text{ cm}$ ;其中径向位置误差优于  $5 \text{ cm}$ 。低轨卫星速度误差的三维 RMSE 小于  $0.1 \text{ mm/s}$ 。相比广播星历,卫星位置和速度精度均提高了 10 倍。实时精密定轨算法可用于大规模低轨星座的实时精密定轨,并为低轨导航功能提供支撑。

### 参考文献:

- [1] 王建荣, 杨元喜, 胡燕, 等. 光学测绘卫星现状与发展趋势分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(3): 333-338.
- [2] BOCK H, JÄGGI A, ŠVEHLA D, et al. Precise orbit determination for the GOCE satellite using GPS[J]. *Advances in Space Research*, 2007, 39(10): 1638-1647.
- [3] WANG Y C, LI M, JIANG K C, et al. Precise orbit determination of the Haiyang 2C altimetry satellite using attitude modeling[J]. *GPS Solutions*, 2022, 26(1): 1-14.
- [4] KANG Z G, TAPLEY B, BETTADPUR S, et al. Precise orbit determination for the GRACE mission using only GPS data[J]. *Journal of Geodesy*, 2006, 80(6): 322-331.
- [5] ZHANG H Z, GU D F, JU B, et al. Precise orbit determination and maneuver assessment for TH-2 satellites using spaceborne GPS and BDS2 observations[J]. *Remote Sensing*, 2021, 13(24): 1-17.
- [6] SHAO K, WEI C B, GU D F, et al. Tsinghua scientific satellite precise orbit determination using onboard GNSS observations with antenna center modeling[J]. *Remote Sensing*, 2022, 14(10): 1-17.
- [7] PETER H, JÄGGI A, FERNÁNDEZ J, et al. Sentinel-1A—First precise orbit determination results[J]. *Advances in Space Research*, 2017, 60(5): 879-892.
- [8] LUO P, JIN S G, SHI Q Q. Undifferenced kinematic precise orbit determination of swarm and GRACE-FO satellites from GNSS observations[J]. *Sensors*, 2022, 22(3).
- [9] 张浩哲, 常晓涛, 朱广彬, 等. 资源三号 03 卫星载 GPS 精密定轨与精度评价[J]. 测绘科学, 2022, 47(6): 38-43.
- [10] ZHANG H Z, CHANG X T, ZHU G B, et al. Precise orbit determination and accuracy evaluation of GPS onboard Resource 03 satellite[J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2022, 47(6): 38-43.
- [11] JIN B, LI Y, JIANG K, et al. GRACE-FO antenna phase center modeling and precise orbit determination with single receiver ambiguity resolution[J]. *Remote Sensing*, 2021, 13(21).
- [12] KANG Z, BETTADPUR S, NAGEL P, et al. GRACE-FO precise orbit determination and gravity recovery[J]. *Journal of Geodesy*, 2020, 94(9).
- [13] MONTENBRUCK O, HACKEL S, WERMUTH M, et al. Sentinel-6A precise orbit determination using a combined GPS/Galileo receiver[J]. *Journal of Geodesy*, 2021, 95(9).
- [14] LI X X. Precise orbit determination for the FY-3C satellite using onboard BDS and GPS observations from 2013, 2015, and 2017[J]. *Engineering*, 2020, 6(8): 904-912.
- [15] MAO X Y, ARNOLD D, GIRARDIN V, et al. Dynamic GPS-based LEO orbit determination with 1cm precision using the Bernese GNSS software[J]. *Advances in Space Research*, 2021, 67(2): 788-805.
- [16] WANG F H, GONG X W, SANG J Z, et al. A novel method for precise onboard real-time orbit determination with a standalone GPS receiver[J]. *Sensors*, 2015, 15(12): 30403-30418.
- [17] ALLAHVIRDI-ZADEH A, WANG K, EL-MOWAFY A. POD of small LEO satellites based on precise real-time MADOCA and SBAS-aided PPP corrections[J]. *GPS Solutions*, 2021, 25(2).
- [18] WANG Z Y, LI Z S, WANG L, et al. Comparison of the real-time precise orbit determination for LEO between kinematic and reduced-dynamic modes[J]. *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, 2022, 187.
- [19] LI Z. Space vehicle radiation pressure modelling: A demonstration on Galileo satellites in GNSS[EB]. 2019.
- [20] KENNEALLY P W, SCHAUB H. Fast spacecraft solar radiation pressure modeling by ray tracing on graphics processing unit[J]. *Advances in Space Research*, 2020, 65(8): 1951-1964.
- [21] MEHTA P M, MCLAUGHLIN C A, SUTTON E K. Drag coefficient

- cient modeling for grace using direct simulation Monte Carlo[J]. Advances in Space Research, 2013, 52(12): 2035-2051.
- [21] MEHTA P M, WALKER A, MCLAUGHLIN C A, et al. Comparing physical drag coefficients computed using different gas-surface interaction models[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2014, 51(3): 873-883.
- [22] PRIETO D M, GRAZIANO B P, ROBERTS P C E. Spacecraft drag modelling[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2014, 64: 56-65.
- [23] MAAT M. Satellite skin-force modelling for atmospheric drag calculations[J]. Space Science Reviews, 2010, 151(1): 149-157.
- [24] 施闯, 肖云, 范磊, 等. 导航卫星辐射光压建模进展及发展趋势[J]. 航空学报, 2022, 43(10): 381-394.
- SHI C, XIAO Y, FAN L, et al. Research progress of radiation pressure modelling for navigation satellites[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2022, 43(10): 381-394.
- [25] LI Z, ZIEBART M, GREY S, et al. Earth radiation pressure modelling for Beidou IGSO satellites[C]// Proceedings of the China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2017. Piscataway: IEEE Press, 2017: 63-67.
- [26] LI Z, ZIEBART M, BHATTARAI S, et al. Fast solar radiation pressure modelling with ray tracing and multiple reflections[J]. Advances in Space Research, 2018, 61(9): 2352-2365.
- [27] MAREK Z. High precision analytical solar radiation pressure modelling for GNSS spacecraft[D]. London: University of East London, 2001.
- [28] LI Z, ZIEBART M. Uncertainty analysis on direct solar radiation pressure modelling for GPS IIR and Galileo FOC satellites[J]. Advances in Space Research, 2020, 66(4): 963-973.
- [29] LI Z, ZIEBART M, BHATTARAI S, et al. A shadow function model based on perspective projection and atmospheric effect for satellites in eclipse[J]. Advances in Space Research, 2019, 63(3): 1347-1359.
- [30] MONTENBRUCK O, RAMOS-BOSCH P. Precision real-time navigation of LEO satellites using global positioning system measurements[J]. GPS Solutions, 2008, 12(3): 187-198.
- [31] HATTORI A, OTSUBO T. Time-varying solar radiation pressure on Ajisai in comparison with LAGEOS satellites[J]. Advances in Space Research, 2019, 63(1): 63-72.

#### [作者简介]



李楨（1989—），男，助理研究员，主要研究方向为航天器轨道动力学、精密定轨、空间碎片等。



施闯（1968—），男，教授，博士生导师，主要研究方向为北斗/GNSS 高精度导航定位授时及其应用。